

Electrostática

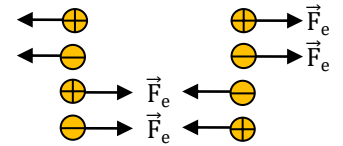
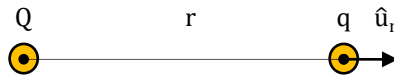


0. Reseña histórica: Tales de Mileto, B. Franklin, J. J. Thomson, N. Tesla...

1. Fuerza entre dos cargas puntuales (partículas cargadas) o esferas cargadas

$$\vec{F}_e = K \frac{Qq}{r^2} \hat{u}_r$$

Ley de *Coulomb*



\vec{F}_e : Fuerza electrostática. Es central y conservativa. Unidad SI: N (newton)

K: Constante de Coulomb. Depende del medio en el que se encuentren las cargas. $K_{\text{vacío o aire}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$

Q, q: Cargas que interactúan. Positivas o negativas. Unidad SI: C (coulomb o culombio)

r: Distancia entre las cargas (entre los centros si son esferas). Unidad SI: m (metro)

\hat{u}_r : Vector unitario con dirección igual a la recta que une las cargas y sentido hacia afuera.

$$\hat{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}$$

APLICACIÓN
TEÓRICA

Definición de culombio: Es la carga eléctrica de cada una de las dos partículas que, separadas 1 m en el vacío, se repelen con una fuerza de $9 \cdot 10^9$ N

2. Intensidad de campo electrostático

$$\vec{E} \equiv \frac{\vec{F}_e}{q}$$

$$= \vec{F}_e \quad (q=1\text{C})$$

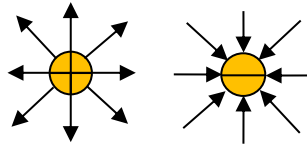
Unidad SI: N / C = V / m

Es la fuerza electrostática realizada sobre la unidad de carga

Campo electrostático creado por una partícula o una esfera con carga Q:

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \hat{u}_r$$

Líneas de campo electrostático:



Indican la trayectoria que seguiría la unidad de carga

3. Energía potencial electrostática

Como la fuerza electrostática es conservativa, tiene una energía potencial asociada, de la que deriva y se cumple:

$$T_A^B = -\Delta E_p = -[E_p(B) - E_p(A)] = E_p(A) - E_p(B)$$

Usando la definición de trabajo:

$$T_A^B \equiv \int_A^B \vec{F}_e \cdot d\vec{r} = \int_A^B K \frac{Qq}{r^2} \hat{u}_r \cdot d\vec{r} = KQq \int_A^B \frac{1}{r^2} dr = KQq \left[-\frac{1}{r} \right]_A^B = KQq \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Igualando:

$$E_p(A) - E_p(B) = K \frac{Qq}{r_A} - K \frac{Qq}{r_B}$$

Diferencia de energía potencial electrostática de una carga q debida a una carga puntual o esfera con carga Q. Válida cualesquiera sean los puntos A y B

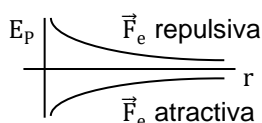
Para obtener la expresión de la energía potencial en un punto, se necesita asignar un **origen** de energía potencial.

Origen en el infinito: Si $E_p(B) = 0$ en $r_B = \infty$ entonces $E_p(A) = KQq \left(\frac{1}{r_A} \right)$ o mejor:

$$E_p = K \frac{Qq}{r}$$

Unidad SI: J (joule o julio)

Energía potencial electrostática de una carga q debida a la presencia de una carga puntual o esfera con carga Q



APLICACIÓN
TEÓRICA

Definición de energía potencial electrostática: Trabajo que realiza la fuerza electrostática para desplazar una carga hasta el infinito

Relación entre fuerza y energía potencial

$$\vec{F}_e = - \frac{dE_p}{d\vec{r}}$$

El vector fuerza va en el sentido de la E_p decreciente

4. Potencial electrostático

Como la intensidad de campo electrostático es conservativo, tiene un potencial asociado, del que deriva.

$$V \equiv \frac{E_p}{q} = E_p \quad (q=1C) \quad \text{Unidad SI: } V \text{ (volt o voltio)} = J / C \quad \text{Es la energía potencial de la unidad de carga}$$

El campo electrostático puede caracterizarse también por una magnitud escalar.

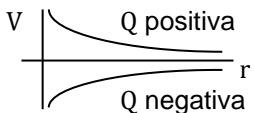
Dividiendo la expresión de la diferencia de energía potencial:

$$V(A) - V(B) = K \frac{Q}{r_A} - K \frac{Q}{r_B} \quad \text{Diferencia de potencial electrostático debido a la presencia de una carga puntual o esfera con carga } Q. \text{ Válida cualesquiera sean los puntos A y B}$$

Para obtener la expresión del potencial en un punto, se necesita asignar un **origen** de potencial.

Origen en el infinito: Si $V(B) = 0$ en $r_B = \infty$ entonces $V(A) = KQ \left(\frac{1}{r_A}\right)$ o mejor:

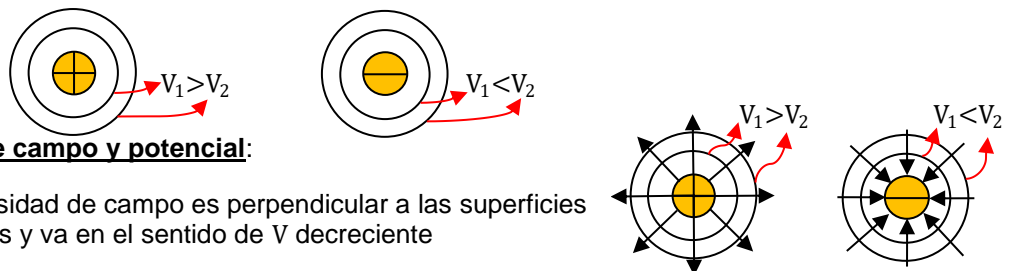
$$V = K \frac{Q}{r} \quad \text{Potencial electrostático creado por una carga puntual o esfera con carga } Q$$



APLICACIÓN TEÓRICA

Otra definición de potencial electrostático: Trabajo que realiza la fuerza electrostática para desplazar una carga de 1C hasta el infinito

Superficies equipotenciales:
V varía con r



Relación entre intensidad de campo y potencial:

$$\vec{E} = - \frac{dV}{d\vec{r}} \quad \text{El vector intensidad de campo es perpendicular a las superficies equipotenciales y va en el sentido de } V \text{ decreciente}$$

APLICACIÓN PRÁCTICA

Pila: Si se aplica tensión eléctrica (diferencia de potencial entre dos puntos) a los extremos de un conductor, se producirá corriente eléctrica (movimiento de cargas) hasta que se equilibre el potencial

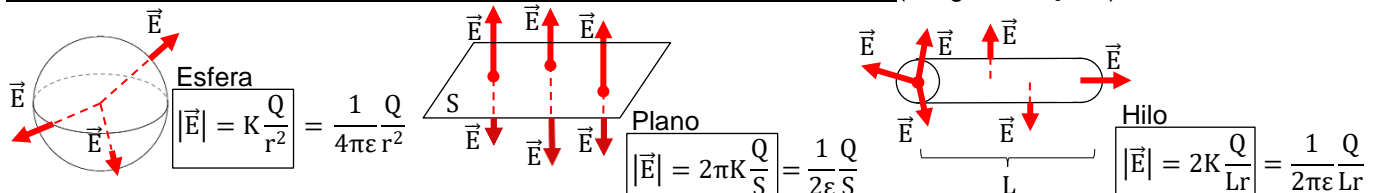
$$V = I R$$

Ley de *Ohm*. V: tensión (V:volt/voltio); I: intensidad (A:ampère/amperio); R: resistencia (Ω :ohm/ohmio)

5. Principio de superposición:

\vec{F}_e, \vec{E}, E_p y V debidos a varias cargas son iguales a la suma de los debidos a las cargas por separado

6. Campo electrostático creado por cuerpos cargados uniformemente (Carga total $Q > 0$)



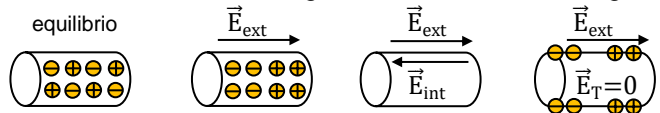
APLICACIÓN PRÁCTICA

Antena: Dispositivo emisor y receptor de ondas electromagnéticas

7. Campo electrostático en la materia

Una de las diferencias entre el campo electrostático y el gravitatorio es la dependencia del medio.

Conductor: Material con gran movilidad de sus cargas.



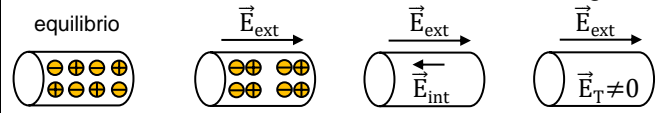
Al aplicar un campo eléctrico externo sobre un conductor en equilibrio las cargas positivas se moverán a favor del campo y las negativas en contra. La separación de éstas produce una diferencia de potencial y un campo interno que contrarresta el campo externo. De la suma resulta que el campo en el interior de un conductor es nulo.

APLICACIÓN PRÁCTICA

Jaula de Faraday:
Aislante de campos eléctricos

La carga se sitúa en la superficie equipotencial. Por tanto las cargas solo se mueven por la superficie del conductor.

Aislante o dieléctrico: Poca movilidad de sus cargas.



Al aplicar un campo eléctrico externo sobre un dieléctrico en equilibrio se produce una orientación de las cargas en la dirección del campo, una diferencia de potencial y un campo interno menor que el externo. De la suma resulta que el campo en un dieléctrico es menor que en el vacío.

$$|\vec{E}_{diel}| = |\vec{E}_{vacío}| / \epsilon, \quad \epsilon \text{ constante dieléctrica de un medio}$$

$$(\epsilon_r: \text{relativa}, \epsilon_0: \text{del vacío}) \quad \epsilon = \epsilon_r \epsilon_0 \quad K = \frac{1}{4\pi\epsilon} = \frac{9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2}{\epsilon_r \text{ C}^2}$$

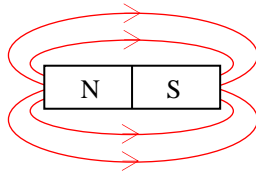
APLICACIÓN PRÁCTICA

Condensador: Dieléctrico entre dos placas
Almacena energía en forma de \vec{E}
C: capacidad. Unidad SI: F (farad o faradio)

Magnetismo

0. Fenómenos: magnetita (*Magnesita*), imanes, brújulas, auroras, aves migratorias, 6º sentido, ...

Repaso:



Siempre hay dos polos magnéticos: Norte y Sur (no + y -)

Las líneas de campo salen del polo N y entran en el polo S

\vec{B} : Vector campo magnético (inducción magnética). No es conservativo. Unidad S.I.: T (tesla) = kg / C·s = Wb / m²

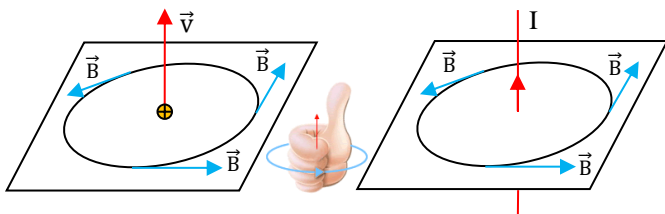
μ : Permeabilidad magnética de un medio. (μ_r : relativa, μ_0 : del vacío) $\mu = \mu_r \mu_0$ $K' = \frac{\mu}{4\pi} = 10^{-7} \mu_r \frac{T \cdot m}{A}$

Para una onda electromagnética: $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$ $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ [Calcula c]

Experiencias de Oersted: En 1820 demostró que un hilo conductor de corriente puede mover la aguja imantada de una brújula. Esta relación entre la electricidad y el magnetismo resultó revolucionaria para la época.

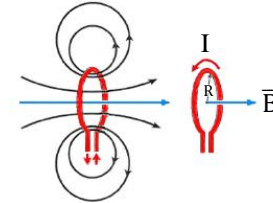
1. \vec{B} creado por...

...una carga en movimiento: ...una corriente rectilínea:



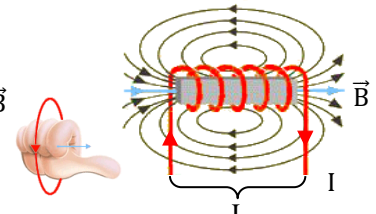
Las líneas de campo son circunferencias en el plano \perp a $dir(\vec{v})$, sentido según la regla de la mano derecha y regla de la mano derecha y regla de la mano derecha

...N espiras circulares:



En el centro, las líneas de campo son \perp al plano de las espiras, sentido según la regla de la mano derecha y regla de la mano derecha y regla de la mano derecha

...un solenoide:



$R \ll L$. En el centro, las líneas de campo son \parallel al solenoide, sentido según la regla de la mano derecha y regla de la mano derecha y regla de la mano derecha

$$|\vec{B}| = \frac{\mu}{4\pi r^2} |Q| |\vec{v}| = K' \frac{|Q|}{r^2} |\vec{v}|$$

Ley de Biot-Savart
($\vec{B} = K' \frac{Q}{r^2} \vec{v} \wedge \hat{u}_r$)

$$|\vec{B}| = \frac{\mu I}{2\pi r} = 2K' \frac{I}{r}$$

Ley de Ampère
($I = \frac{Q}{t}$)

$$|\vec{B}| = N \frac{\mu I}{2R} = N 2\pi K' \frac{I}{R}$$

$$|\vec{B}| = N \mu \frac{I}{L} = N 4\pi K' \frac{I}{L}$$

APLICACIÓN PRÁCTICA **Electroimán**

2. Interacción de \vec{B} sobre...

...una carga en movimiento:

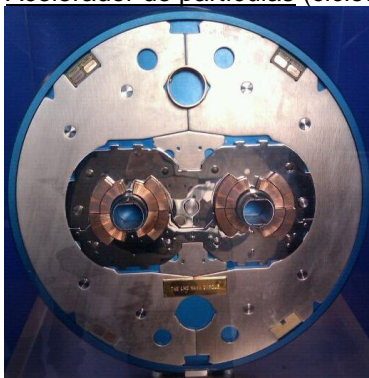
$$\vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad \text{Ley de Lorentz}$$

$\vec{F} = 0$ si $q=0$, $\vec{v}=0$, $\vec{B}=0$ ó $\vec{v} \parallel \vec{B}$
 $\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_{cp} = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB} \Rightarrow$ M.C.U.
 $\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow$ Movimiento helicoidal

$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ Ley de Lorentz generalizada

APLICACIÓN PRÁCTICA **Espectrómetro de masas**: Las separa en circunferencias de distinto radio

APLICACIÓN PRÁCTICA **Acelerador de partículas (ciclotrón)**



...una corriente rectilínea:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \wedge \vec{B})$$

siendo:

...N espiras:

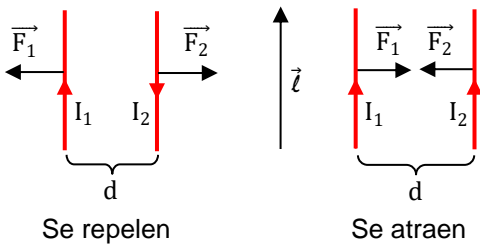
$$\vec{M} = NI(\vec{S} \wedge \vec{B})$$

$\vec{S} \perp \vec{B} \Rightarrow$ Máx. giro
 $\vec{S} \parallel \vec{B} \Rightarrow$ No gira
 ($\vec{S} \perp$ espiras, RMD, $|\vec{S}| = \text{área}$)

APLICACIÓN PRÁCTICA **Motor eléctrico**: Bobina rodeada de imanes que gira al conducir corriente

APLICACIÓN PRÁCTICA **Galvanómetro**: Amperímetro de gran precisión

3. Fuerza entre dos corrientes paralelas



\vec{B}_i : campo creado por el conductor i
 \vec{F}_i : fuerza ejercida sobre el conductor i
 $F \equiv |\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$ (3ª ley de *Newton*), $|\vec{B}_1| = \frac{\mu}{2\pi} \frac{I_1}{d}$ y $|\vec{F}_2| = I_2 \ell B_1$
 sustituyendo:

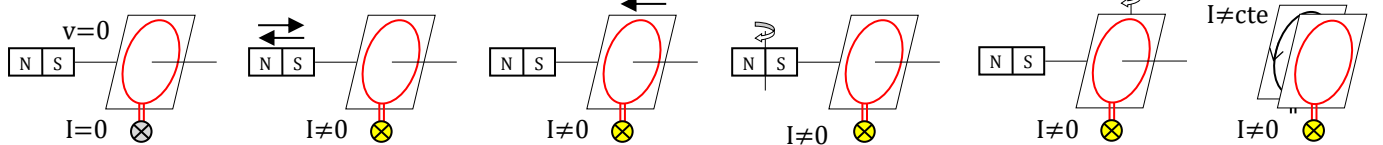
$$F = \frac{\mu}{2\pi} \frac{\ell}{d} I_1 I_2 = 2K' \frac{\ell}{d} I_1 I_2$$

APLICACIÓN TEÓRICA

Definición de amperio: Es la intensidad de la corriente que circula por cada uno de los dos conductores paralelos que, separados 1 m en el vacío, interaccionan con una fuerza de $2 \cdot 10^{-7}$ N/m

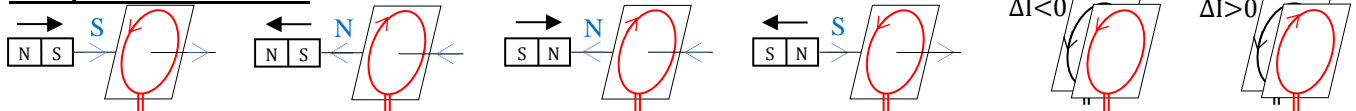
Inducción magnética

1. Experiencias de Faraday-Henry (por separado)



Ley: Toda variación del “flujo magnético” que atraviesa un circuito cerrado, produce en éste una corriente “inducida”

2. Experiencias de Lenz



Ley: El sentido de la corriente inducida es tal que se opone a la causa que la produce (conservación de la E)

Flujo de un vector \vec{V} a través de una superficie \vec{S} : $\Phi \equiv \iint \vec{V} \cdot d\vec{S}$ Si \vec{V} no depende de \vec{S} entonces $\Phi = \vec{V} \cdot \vec{S}$ (Ej: Lluvia)

3. Flujo magnético: $\Phi_m = \iint \vec{V} \cdot d\vec{S}$ Si \vec{B} no depende de \vec{S} entonces $\Phi_m = \vec{B} \cdot \vec{S}$ Unidad SI: Wb (wéber) = T·m²

Fuerza electromotriz (ϵ , fem): causa capaz de mantener una diferencia de potencial en un circuito. Unidad SI: V

4. Fuerza electromotriz inducida: ϵ , se usa para caracterizar la corriente inducida. (No es fuerza. Unidad SI: \mathfrak{N})

$$\epsilon = -N \frac{d\Phi_m}{dt} \quad \text{Ley de Lenz-Faraday(-Henry)}$$

Circuito inductor: El que produce la corriente
 Circuito inducido: En el que se produce la corriente
 N: número de espiras del circuito inducido

La corriente inducida es producida por una fem directamente proporcional a la variación del flujo con el tiempo

APLICACIÓN PRÁCTICA

Generador de corriente: El giro de imanes induce una corriente en un “inducido”. Al revés que un motor
 Se llama dinamo / alternador si la corriente no / sí cambia de sentido (corriente continua, CC / alterna, CA)
 Consideraremos que el generador es ideal (no tiene resistencia interna). Entonces: $\epsilon = V$ Rec. $V = I R$ (*Ohm*)

5. Autoinducción: Se autoinduce corriente en un circuito al variar la corriente que circula por éste.

APLICACIÓN PRÁCTICA

Bobina: Rollo de cable esmaltado. Almacena energía en forma de \vec{B}
 L: inductancia. Unidad SI: H (henry o henrio)

6. Inducción mutua: Aparición de una fem en un circuito cuando cambia la corriente en otro próximo y viceversa.

APLICACIÓN PRÁCTICA

Transformador: Convierte la corriente alterna de cierta tensión de un circuito primario en otra corriente alterna con otra tensión en un circuito secundario. $\epsilon_p / \epsilon_s = N_p / N_s$ (relación de transformación ideal)

OTRAS APLICACIONES PRÁCTICAS

Cocina de inducción, detector de metales, sistema de levitación magnética, cargador inalámbrico, ...

Ecuaciones de Maxwell

Son las leyes fundamentales del Electromagnetismo. Análogas a las leyes de *Newton* para la Mecánica. En 1861, *James Clerk Maxwell* (inventor de la fotografía en color) unificó la Electricidad, el Magnetismo y la Luz. Fue comprobada experimentalmente veinte años después por Hertz emitiendo y recibiendo ondas de radio. Fue la base de los posteriores trabajos de *Einstein*, en especial la predicción de las ondas gravitacionales. Esta unificación sirvió de inspiración para la Física Cuántica y el Modelo Estándar de partículas elementales.

Si los campos \vec{E} y \vec{B} son estacionarios

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = 0$$

Ley de *Lenz-Faraday*

La circulación de \vec{E} a lo largo de una trayectoria cerrada es nula

\vec{E} es conservativo (tiene asociado el potencial eléctrico)

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon}$$

Ley de *Gauss* para el campo eléctrico

El flujo de \vec{E} a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga que encierra

Existen manantiales y sumideros de \vec{E} (cargas + y -)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu I$$

Ley de *Ampère* generalizada

La circulación de \vec{B} a lo largo de una trayectoria cerrada es proporcional a la corriente que circula

\vec{B} no es conservativo (no existe el potencial magnético)

$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Ley de *Gauss* para el campo magnético

El flujo de \vec{B} a través de una superficie cerrada es nulo

No existen polos magnéticos aislados (monopolos)

Si los campos \vec{E} y \vec{B} no son estacionarios

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu I + \epsilon\mu \frac{d\Phi_e}{dt}$$

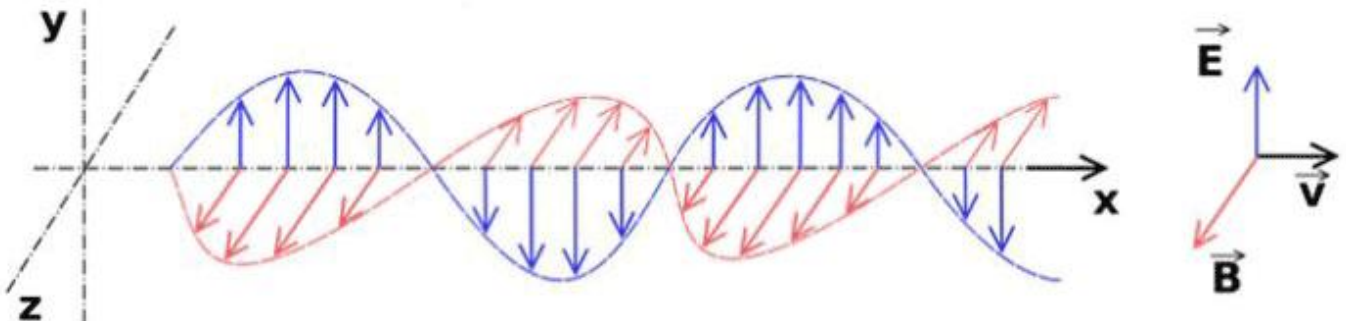
$$\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Aparece la interrelación entre ambos campos y la velocidad de una onda electromagnética ($1 / c^2$)

La variación de un campo eléctrico/magnético produce un campo magnético/eléctrico
La propagación de estos campos es una onda electromagnética

Onda electromagnética

Propagación de los campos \vec{E} y \vec{B} , interdependientes y perpendiculares entre sí y con la dirección de la velocidad.



CAMPOS CONSERVATIVOS Y SUS POTENCIALES

