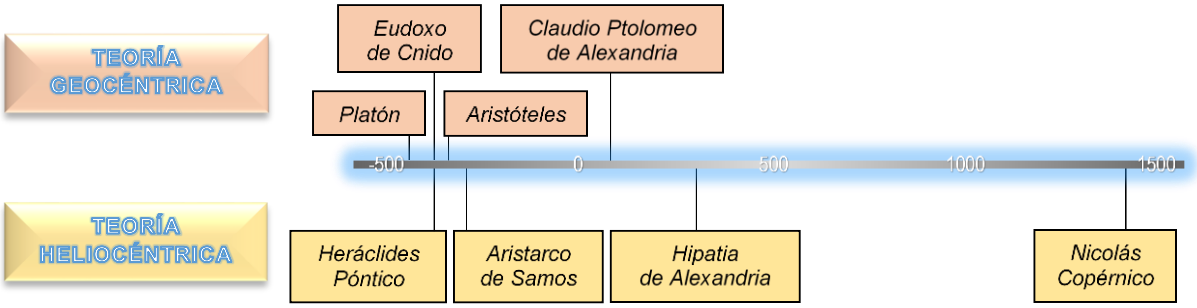
Colegio La Presentación Granada fesd

FÍSICA — **2º BACHILLERATO**

A. CAMPO GRAVITATORIO — **CURSO 2026/27**

0. Reseña histórica



Leyes de *Kepler* (s. XVII)

1ª: Los planetas describen órbitas elípticas alrededor del Sol, que se está en uno de los focos.

2ª: El vector que une un planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales.
Cuando el planeta está más alejado del Sol (afelio) su velocidad es menor que cuando está más cercano al Sol (perihelio).

3ª: El cuadrado del período orbital de un planeta es directamente proporcional al cubo de la distancia media del planeta con el Sol. $T^2 = kR^3$
Se basó en los datos de las observaciones astronómicas obtenidas por *Tycho Brahe*.

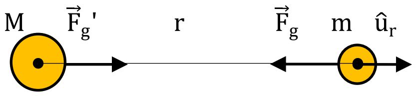
Estas leyes se aplican a todos los cuerpos astronómicos que se encuentran en mutua influencia gravitatoria, como el sistema formado por la *Tierra* y la *Luna*.

La conservación del momento angular ($\vec{l} = \vec{r} \wedge \vec{p}$) lleva a las siguientes conclusiones:

- Las órbitas son planas y estables.
- Se recorren siempre en el mismo sentido.
- La fuerza que mueve los planetas es central.
- Cuanto mayor/menor es la distancia del planeta menor/mayor es su velocidad.

1. Fuerza entre dos masas puntuales (partículas) o esferas

$\boxed{\vec{F}_g = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{u}_r}$ Ley de la gravitación universal



$\vec{F}_g = \vec{F}_g'$
(3ª ley de Newton)

$\vec{F}_g$: Fuerza gravitatoria. Es central y conservativa. Unidad SI: newton (N).

G : Constante de gravitación universal. No depende del medio en el que estén las masas. $G=6{,}67\cdot10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}$

M , m : Masas que interaccionan. Unidad SI: kilogramo (kg)

r : Distancia entre las masas (entre los centros si son esferas). Unidad SI: metro (m)

$\hat{u}_r$: Vector unitario con dirección igual a la recta que une las masas y sentido hacia afuera. $\boxed{\hat{u}_r = \frac{\vec{r}}{r}}$

La ley fue formulada por *Isaac Newton* (s. XVII) a partir del estudio de las leyes de *Kepler*.

2. Intensidad de campo gravitatorio (gravedad)

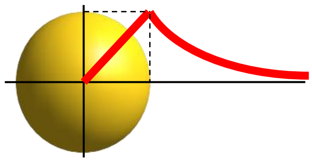
$\boxed{\vec{g} \equiv \frac{\vec{F}_g}{m} = \vec{F}_m \ (m = 1\mathrm{kg})}$ Unidad SI: N/kg=ms-2

Es la fuerza gravitatoria realizada sobre la unidad de masa.
Se llama gravedad o aceleración de la gravedad.

Campo gravitatorio creado por una partícula (o esfera) con masa M: $\boxed{\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\hat{u}_r}$ $\boxed{|\vec{g}| \equiv g = G\frac{M}{r^2}}$

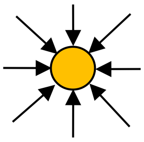
Gravedad en la superficie de una esfera $(r = R)$: $g_s = G\frac{M}{R^2}$ En la superficie de la Tierra: $g \cong 9{,}8\mathrm{ms}^{-2}$

Gravedad a una altura h $(r = R + h)$: $g_h = G\frac{M}{(R+h)^2} = g_s\frac{R^2}{(R+h)^2}$



Gravedad a una profundidad p $(r = R - p)$
de una esfera homogénea: $g_p = G\frac{M}{R^2} = g_s\frac{R-p}{R}$

Líneas de campo gravitatorio



Indican la trayectoria que seguiría la unidad de masa

3. Energía potencial gravitatoria

Como la fuerza gravitatoria es conservativa, tiene una energía potencial asociada, de la que deriva y se cumple:

$T_A^B = -\Delta E_P = -[E_P(B) - E_P(A)] = E_P(A) - E_P(B)$

Usando la definición de trabajo:

$$T_A^B \equiv \int_A^B \vec{F}_g \cdot d\vec{r} = \int_A^B -G\frac{Mm}{r^2}\hat{u}_r \cdot d\vec{r} = -GMm\int_A^B \frac{1}{r^2}dr = -GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_A^B = -GMm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

Igualando:

$E_P(A) - E_P(B) = -GMm\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$ Expresión válida cualesquiera sean los puntos A y B

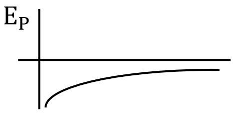
Para obtener la expresión de la energía potencial en un punto, se necesita asignar un **origen** de energía potencial.

Origen en el infinito: Si $E_P(B) = 0$ en $r_B = \infty$ entonces $E_P(A) = -GMm\left(\frac{1}{r_A}\right)$ o mejor:

$\boxed{E_P = -G\frac{Mm}{r}}$ Unidad SI: joule o julio (J)

Energía potencial gravitatoria de una masa m debida a la presencia de una masa puntual o esfera de masa M

$E_P \cong mgh$ cuando $h \ll R$



APLICACIÓN TEÓRICA

Definición de energía potencial gravitatoria: Trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para desplazar una masa hasta el infinito

Relación entre fuerza y energía potencial: $\boxed{\vec{F}_g = -\frac{dE_P}{d\vec{r}}}$ El vector fuerza va en el sentido de la E_P decreciente

4, Potencial gravitatorio

Como la intensidad de campo gravitatorio es conservativo, tiene un potencial asociado, del que deriva.

$\boxed{V \equiv \frac{E_P}{m}} = E_P\ (m = 1\mathrm{kg})$ Unidad SI: J/kg Es la energía potencial de la unidad de masa

El campo gravitatorio puede pues caracterizarse por una magnitud vectorial o por una magnitud escalar

Dividiendo la expresión de la diferencia de energía potencial:

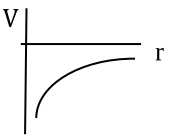
$V(A) - V(B) = -GM\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$ Expresión válida cualesquiera sean los puntos A y B

Para obtener la expresión del potencial en un punto, se necesita asignar un **origen** de potencial.

Origen en el infinito: Si $V(B) = 0$ en $r_B = \infty$ entonces $V(A) = -GM\left(\frac{1}{r_A}\right)$ o mejor:

$\boxed{V = -G\frac{M}{r}}$

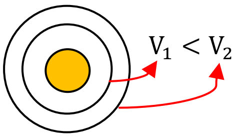
Potencial gravitatorio creado por
una masa puntual o esfera con masa M



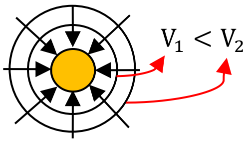
APLICACIÓN TEÓRICA

Otra definición de potencial gravitatorio: Trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para desplazar una masa de 1kg hasta el infinito

Superficies equipotenciales:
V varía con r



Relación entre intensidad de campo y potencial



$$\boxed{\vec{g} = -\frac{dV}{d\vec{r}}}$$

El vector intensidad de campo es perpendicular a las superficies equipotenciales y va en el sentido de V decreciente

5. Principio de superposición

$\vec{F}_g$, $\vec{g}$, E_P y V debidos a varias masas son iguales a la suma de los debidos a las masas por separado.

6. Velocidad de escape

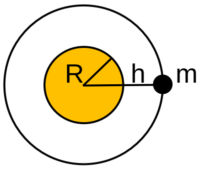
Velocidad que hay que comunicar a un cuerpo para que abandone la interacción gravitatoria (o “llegue” al infinito)
Si despreciamos el rozamiento:

$$E_M(A) = E_M(\infty);\ \frac{1}{2}mv_{esc}^2 - G\frac{Mm}{r} = 0 + 0;$$

$$\boxed{v_{esc} = \sqrt{2G\frac{M}{R+h}}}$$

En la superficie de la Tierra: $v_{esc} \cong 11 km/s$

7. Satélites



Suponemos órbitas circulares y ausencia de rozamiento

Velocidad orbital (v):

$$F_g = F_{cp};\ G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\boxed{v = \sqrt{G\frac{M}{R+h}}}$$

Periodo de revolución (T):
Tiempo que tarda en describir una órbita. M.C.U.:

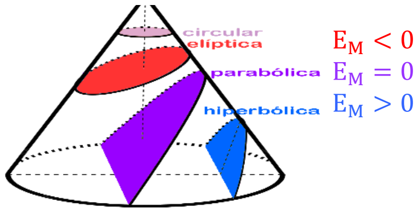
$$e = vt;\ 2\pi(R+h) = vT$$

$$\boxed{T = 2\pi\frac{R+h}{v}}$$

Energía orbital (E_M):

$$\boxed{E_M = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{R+h}}$$

(origen de E_P en $r = \infty$)



Órbitas geocéntricas (... Earth Orbit)

LEO	MEO	GEO	HEO
Low	Medium	Geoestacionaria	High

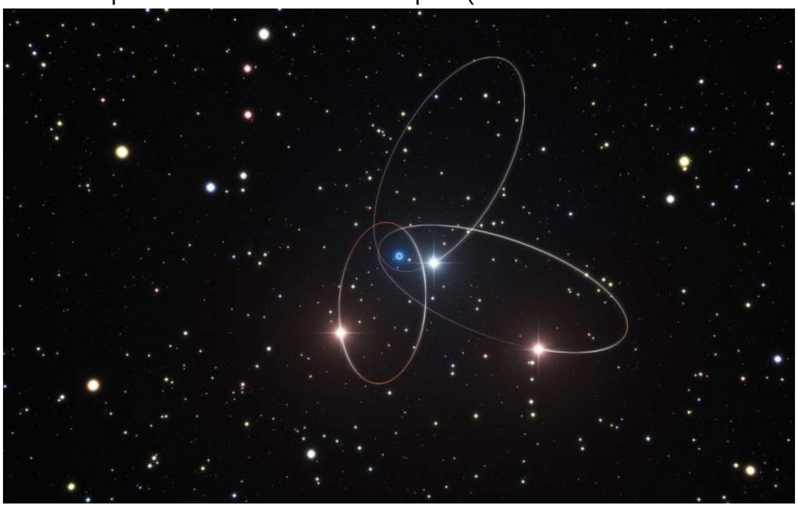
2 000 km — 36 000 km

8. Caos determinista

En Mecánica Clásica, el problema de dos cuerpos consiste en determinar la posición en función del tiempo de dos partículas puntuales que interactúan entre sí (ej. planeta y satélite).

Cuando el problema es más complejo, además de la Ley de Gravitación Universal, se debe utilizar el cálculo diferencial e integral.

El origen de la teoría del caos es la resolución del problema de los tres cuerpos (se comenzó a estudiar con el sistema *Sol-Tierra-Luna*).



Los deterministas afirmaban que, si se conocen las leyes que gobiernan los fenómenos y las condiciones iniciales, y además existe una solución, entonces se puede predecir con certeza el futuro del sistema en estudio.

Henri Poincaré (s. XIX, precursor de la teoría del caos) demostró que no existía una solución analítica válida para un tiempo finito que pudiera describir el movimiento de tres cuerpos que estén en interacción gravitatoria mutua. Una pequeña perturbación en el estado inicial, podía llevar al sistema a un estado totalmente diferente.

A los sistemas que una pequeña variación de las condiciones iniciales, les produce grandes diferencias en el comportamiento, se les denomina sistemas caóticos (Sistema solar, fluidos en régimen turbulento, predicción meteorológica, Economía).

CAMPOS CONSERVATIVOS Y SUS POTENCIALES

Campos (vectoriales) conservativos

para dos masas		por unidad de masa
FUERZA		INTENSIDAD DE CAMPO
$\vec{F}_g = -G\dfrac{Mm}{r^2}\hat{u}_r$	$\vec{g} = \dfrac{\vec{F}_g}{m}$	$\vec{g} = -G\dfrac{M}{r^2}\hat{u}_r$
Unidad S.I.: N	Dependen de $\frac{1}{r^2}$	Unidad S.I.: $N/kg = m/s^2$

$$\vec{F}_g = -\frac{dE_P}{d\vec{r}}$$

$$\vec{g} = -\frac{dV_g}{d\vec{r}}$$

Potenciales (escalares) asociados

para dos masas		por unidad de masa
ENERGÍA POTENCIAL		POTENCIAL
$E_P = -G\dfrac{Mm}{r}$	$V_g = \dfrac{E_P}{m}$	$V_g = -G\dfrac{M}{r}$
Unidad S.I.: J	Dependen de $\frac{1}{r}$ Con origen en $r = \infty$	Unidad S.I.: J/kg